

Caustiques en champ proche générées par des particules transparentes : reconstruction par holographie numérique en ligne mots clés

Fabrice Lamadie, Yosri Haddad, M. P.L. Sentis, F. R.A. Onofri

▶ **To cite this version:**

Fabrice Lamadie, Yosri Haddad, M. P.L. Sentis, F. R.A. Onofri. Caustiques en champ proche générées par des particules transparentes : reconstruction par holographie numérique en ligne mots clés. Holophi5 - 5ème rencontre d'holographie numérique appliquée à la métrologie des fluides, Nov 2018, Montpellier, France. cea-02338465

HAL Id: cea-02338465
https://cea.hal.science/cea-02338465

Submitted on 25 Feb 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CAUSTIQUES EN CHAMP PROCHE GENEREES PAR DES PARTICULES TRANSPARENTES : RECONSTRUCTION PAR HOLOGRAPHIE NUMERIQUE EN LIGNE

Fabrice LAMADIE [1]
fabrice.lamadie@cea.fr

Yosri HADDAD [1], Matthias P.L. Sentis [1], Fabrice R.A. ONOFRI [3],
1 CEA, DEN, DMRC, SA2I, F-30207 Bagnols-sur-Cèze, France
2 Aix-Marseille Université, CNRS, IUSTI, UMR 7343, 13453 Marseille Cedex 13, France
yosri.haddad@cea.fr, matthias.sentis@cea.fr, fabrice.onofri@univ-amu.fr

MOTS CLES

Holographie Numérique en Ligne, Champ Proche, Jet Photonique, Ecoulement Particulaire, Indice de Réfraction, Composition, Mélange.

RESUME

L'holographie numérique en ligne est une technique d'imagerie volumétrique particulièrement adaptée à la caractérisation spatiale (position, vitesse et tailles/morphologies) des écoulements particulaires dilués. Dans de nombreux domaines la connaissance de la composition des particules est aussi d'un grand intérêt. Nous réalisons cette mesure avec l'holographie numérique en ligne par l'analyse du champ proche des particules. Dans cette région les contributions des différents processus de diffusion de la lumière peuvent être plus facilement distinguées et notamment les caractéristiques du jet photonique (caustique vers l'avant générée par les rayons simplement réfractés). La localisation dans l'espace du maximum d'intensité de cette caustique permet d'estimer l'indice de réfraction relatif des particules. Dans cette communication, nous montrons que, dans le cadre de l'approximation de Fresnel de la diffraction scalaire, le jet photonique reconstruit par holographie numérique correspond à la tâche d'Airy d'une lentille sphérique. Par analogie avec les notions d'images virtuelles et réelles employées en optique pour les lentilles convergentes et divergentes, cette tâche est restituée de façon réelle pour les particules ayant un indice relatif supérieur à un et de façon virtuelle pour les particules dont l'indice relatif est plus petit que l'unité. Ceci fournit une solution simple et numériquement très efficace pour différencier ou caractériser la composition des particules solides, liquides ou gazeuses. Une validation expérimentale en laboratoire sur un écoulement triphasique montre qu'il est désormais possible d'obtenir simultanément la position dans l'espace, la vitesse, la trajectoire, la taille et la composition de particules en écoulement.

I. INTRODUCTION

L'holographie numérique en ligne (HN) est une technique d'imagerie volumétrique particulièrement efficace pour mesurer simultanément les positions 3D, les trajectoires, les vitesses, les formes et tailles de particules statiques ou en mouvement [16]. Comme elle permet de couvrir une large gamme de tailles de particules (typiquement du micromètre au millimètre), elle trouve des applications dans de nombreux domaines de recherche allant de la caractérisation des solides jusqu'à la mécanique des fluides en passant par la biologie [9, 24, 23, 26, 25]. Dans ceux-ci, comme dans l'industrie, la détermination de la composition des particules est aussi un enjeu majeur. Avec l'holographie numérique, une telle mesure peut être effectuée de trois façons : *(i)* en exploitant les propriétés morphologiques des particules (c.-à-d. des relations et, *in fine*, des calibrations entre géométrie et composition [25, 5]); *(ii)* en utilisant des comparaisons directes entre les hologrammes expérimentaux et des simulations numériques calculées avec une théorie électromagnétique exacte comme celle de Lorenz-Mie [22] (exactes mais qui nécessitent des temps de calcul prohibitifs à mesure que la taille des particules augmente) ; *(iii)* en exploitant les propriétés de focalisation de la lumière par les particules transparentes (v. ex. [13, 14]). Cette troisième approche, sur laquelle porte cette communication, repose sur l'idée qu'une particule grande devant la longueur d'onde, transparente et sphérique, se comporte comme une lentille boule de focale f focalisant les rayons "réfractés" ($p=1$). L'hologramme reconstruit en champ proche

contient des informations exploitables sur cette caustique alors que dans le champ lointain celles-ci sont noyées dans le signal de diffraction. Dans le cadre de l'approximation paraxiale de l'optique géométrique, *f* ne dépend que du rayon *a* et de la partie réelle de l'indice de réfraction de la particule *m*, avec $f = ma = \left[2(m-1)\right]$ [7]. Déterminer la position du maximum d'intensité de cette caustique ou "jet photonique" (terme utilisé en électromagnétisme [11]) permet donc de remonter à l'indice m si l'on mesure a de façon classique. Il semble que Tian *et al.* [23] aient été les premiers à proposer d'exploiter cette singularité pour mesurer l'indice de réfraction de gouttes et de bulles isolées même si, plus récemment et de façon totalement indépendante, Sentis *et al.* [17, 19] ont montré que cette approche était applicable à la mesure de la composition de gouttes ($m \approx 1$) dans un écoulement diphasique liquide-liquide. On peut aussi noter que Choi *et al.* [4], ainsi que Kapfenberger *et al.* [9], ont utilisé cette analogie entre particules transparentes et lentilles boules pour améliorer la précision du positionnement suivant l'axe optique. Dans l'ensemble de ces travaux, cette méthode a été introduite en utilisant l'optique géométrique supportée par quelques simulations avec la théorie de Lorenz-Mie.
Reprenant des travaux récemment publiés [20], la première partie de cette communication propose une description du jet photonique dans le cadre de l'approximation de Fresnel de la théorie scalaire de la diffraction. S'appuyant sur cette démonstration, la deuxième partie présente une étude numérique réalisée avec la théorie de Lorenz-Mie, ainsi que des premiers résultats expérimentaux obtenus sur un dispositif de laboratoire. Ils confirment le potentiel de cette approche pour la caractérisation simultanée de la dynamique, la granulométrie et la composition des écoulements.

II. INTERPRETATION DU JET PHOTONIQUE EN OPTIQUE PHYSIQUE

Pour cette description, on considère une onde plane non polarisée définie par son champ électrique, E_i, et sa longueur d'onde, λ. Elle se propage le long d'un axe z dans un milieu libre, non absorbant, d'indice de réfraction m_2. Elle éclaire une particule sphérique et transparente de rayon a, d'indice de réfraction réel m_1, ou encore d'indice relatif $m = m_1/m_2$. En HN, une telle particule peut simplement être modélisée comme une surface 2D, $\Sigma_p\left(x_p, y_p; z_p\right)$, perpendiculaire à l'axe de propagation z dans le repère cartésien $(Oxyz)$ (pour simplifier les notations, la particule est centrée dans ce repère, c'est à dire que $x_p = y_p = z_p = 0$). Toujours de manière classique, le capteur holographique est assimilé à une surface sensible 2D, $\Sigma_s\left(x_s, y_s; z_s\right)$, parallèle à Σ_p et perpendiculaire à l'axe optique z, située à une distance z_s du centre de la particule. Avec ce type de configuration holographique, l'intensité électromagnétique totale moyennée dans le temps sur Σ_s résulte de l'interférence entre le champ incident E_i et le champ diffracté par la particule E_s. On peut donc écrire que l'intensité enregistrée vaut: $I_t = (\varepsilon c/2)\left|E_i + E_s\right|^2$ (voir [1, 3, 6, 7, 8, 22, 21]), où ε et c sont respectivement la permittivité électrique et la vitesse de propagation de la lumière dans le milieu environnant la particule. Dans le cadre de l'approximation scalaire de Fresnel de la diffraction [7], le champ diffracté, E_s, à une distance z_s, est le produit de convolution (noté $\otimes$) entre le champ électrique dans le plan de la particule, E_p, et la réponse impulsionnelle du propagateur de Fresnel h_{z_s} :

$$\begin{aligned} E_s(x,y) &= \left[E_p \otimes h_{z_s}\right](x,y) \\ &= \frac{exp(jkz_s)}{j\lambda z_s}\exp\left[j\frac{k\rho^2}{2z_s}\right]\times\iint_{-\infty}^{+\infty}E_p\left(x_p,y_p\right)\exp\left[j\frac{k\rho_p^2}{2z_s}\right]\exp\left[-\frac{jk}{z_s}\left(xx_p+yy_p\right)\right]dx_p dy_p \end{aligned} \quad (1)$$

avec j l'unité imaginaire, $k = 2\pi m_2/\lambda$ le nombre d'onde, $\rho = \sqrt{x^2+y^2}$ et $\rho_p = \sqrt{x_p^2+y_p^2}$ deux distances radiales. On rappelle que le respect des conditions de Fresnel impose que $z_s - z_p > \left[\pi a^4/(4\lambda)\right]^{1/3}$. Classiquement, on fait en HN l'hypothèse que le champ diffracté E_p par la particule est proportionnel au champ incident et que ce dernier vaut $E_i = 1$ en $z = z_p$. Ceci permet de simplifier l'expression de l'intensité totale :

$$I_t(x,y) = \frac{\varepsilon c}{2}\left[1 + \left|\left[E_p \otimes h_{z_s}\right](x,y)\right|^2 + \left\{\left[E_p \otimes h_{z_s}\right](x,y)\right\}^* + \left[E_p \otimes h_{z_s}\right](x,y)\right] \quad (2)$$

où $*$ désigne le conjugué complexe. Les deux premiers termes de cette équation ont peu d'influence sur le processus de reconstruction [6, 7]; seuls les deuxième et troisième termes contribuent à la structure d'interférence que l'on nomme "hologramme" [7]. En général, on fait aussi l'hypothèse que l'intensité du champ diffusé est faible par rapport à l'intensité directement transmise, autrement dit que le terme quadratique $\left|\left[E_p \otimes h_{z_s}\right]\right|^2$ peut

être négligé dans l'équation (2) [14]. Ceci permet d'écrire le champ reconstruit $E_r = \left[I_t \otimes h_{z_s} \right]$ à la distance z_r sous la forme :

$$E_r(x,y) \approx \frac{\varepsilon c}{2}\left\{1+\left[E_p^* \otimes h_{z_r - z_s}\right](x,y)+\left[E_p \otimes h_{z_r + z_s}\right](x,y)\right\} \quad (3)$$

A cette étape, il est possible de négliger le terme unité dans l'équation (3) sans modifier la suite de notre démonstration. Si on ne tient compte que des rayons réfractés une fois (notés $p=1$ voir [8, 17, 26]), le champ dans le plan de la particule s'écrit: $E_p = A \times exp\left[j\phi\right]$, où A est un terme d'amplitude et ϕ un terme de phase. Dans l'approximation paraxiale, la variation d'amplitude des rayons $p=1$ est négligée (on considère que $A(\rho)=1$ pour $\rho^2 \le a^2$ et que $A(\rho)=0$ en dehors) et la fonction de phase associée au front d'onde des rayons p=1 se réduit à une fonction parabolique [7, 13] :

$$\phi(\rho) = 2ka - \frac{k\rho^2}{2f} \text{ pour } \rho^2 \le a^2 \text{ et } \phi(\rho) = 0 \text{ en dehors} \quad (4)$$

En associant les équations (1), (3) et (4}), et après simplification, on obtient pour le champ reconstruit (par commodité et puisque $E_p = 0$ pour $\rho^2 > a^2$, les limites des intégrales ont été étendues de $\pm a$ à $\pm\infty$ dans l'équation (5)):

$$\begin{aligned} E_r\left(x,y;z_r=z_s\right) = \frac{\varepsilon c}{2}\Bigg[& A(x,y)\,exp\left[-jk2a+\frac{jk\rho^2}{2f}\right]+\frac{exp\left[j2k\left(z_s+a\right)\right]}{j2\lambda z_s} \\ & exp\left[j\frac{k\rho^2}{4z_s}\right]\iint_{-\infty}^{+\infty} A\left(x_p,y_p\right)\times exp\left[\frac{jk\rho_p^2}{2}\left(\frac{1}{2z_s}-\frac{1}{f}\right)\right]exp\left[-\frac{jk\left(xx_p+yy_p\right)}{2z_s}\right]dx_p dy_p\Bigg] \end{aligned} \quad (5)$$

Cette formulation prend des formes remarquables pour deux valeurs spécifiques de z_r :

i) pour $z_r = z_s$, la distance de reconstruction correspond à la distance séparant le plan de la particule de celui du capteur et l'équation (5) devient:

$$\begin{aligned} E_r\left(x,y;z_r=z_s\right) = \frac{\varepsilon c}{2}\Bigg[& A(x,y)\,exp\left[-jk2a+\frac{jk\rho^2}{2f}\right]+\frac{exp\left[j2k\left(z_s+a\right)\right]}{j2\lambda z_s} \\ & exp\left[j\frac{k\rho^2}{4z_s}\right]\iint_{-\infty}^{+\infty} A\left(x_p,y_p\right)\times exp\left[\frac{jk\rho_p^2}{2}\left(\frac{1}{2z_s}-\frac{1}{f}\right)\right]exp\left[-\frac{jk\left(xx_p+yy_p\right)}{2z_s}\right]dx_p dy_p\Bigg] \end{aligned} \quad (6)$$

Dans la partie droite de cette équation, le premier terme décrit l'hologramme reconstruit et le second terme son "image jumelle" (voir par exemple [6, 7]) qui présente ici une forme inhabituelle en raison des rayons réfractés.

ii) pour $z_r = z_s - f$, la distance de reconstruction correspond au plan de focalisation de la lentille boule associée et l'équation (5) s'écrit:

$$E_r\left(x,y;z_r=z_s-f\right) = \frac{\varepsilon c}{2}\left[\begin{array}{l} -\dfrac{exp\left[-jk\left(f+2a\right)\right]}{j\lambda f}exp\left[-j\dfrac{k\rho^2}{2f}\right]\iint_{-\infty}^{+\infty} A\left(x_p,y_p\right)exp\left[\dfrac{jk\left(xx_p+yy_p\right)}{f}\right]dx_p dy_p \\ +\dfrac{exp\left[jk\left(2z_s-f+2a\right)\right]}{j\lambda\left(2z_s-f\right)}exp\left[j\dfrac{k\rho^2}{2\left(2z_s-f\right)}\right] \\ \iint_{-\infty}^{+\infty} A\left(x_p,y_p\right)\times exp\left[\dfrac{jk\rho_p^2}{2}\left(\dfrac{1}{2z_s-f}-\dfrac{1}{f}\right)\right]exp\left[-\dfrac{jk\left(xx_p+yy_p\right)}{2z_s-f}\right]dx_p dy_p \end{array}\right] \quad (7)$$

Dans cette dernière équation, le second terme de droite s'apparente à un terme de "bruit" lié à l'image jumelle. Le premier terme est quant à lui la transformée de Fourier d'une ouverture circulaire et peut être reformulé de la façon suivante:

$$E_r\left(x,y;z_r=z_s-f\right) = -\frac{\varepsilon c}{2}\frac{exp\left[-jk\left(f+2a\right)\right]}{j\lambda f}exp\left[-j\frac{k\rho^2}{2f}\right]\times\left[2\pi a^2\frac{J_1\left(ka\rho/f\right)}{ka\rho/f}\right]+\cdots \quad (8)$$

avec J_1 la première fonction sphérique de Bessel. A partir de cette équation, il est possible de calculer la distribution radiale d'intensité correspondante :

$$I_t\left(\rho;z_r=z_s-f\right) = 2\varepsilon c\left(\frac{\pi a^2}{\lambda f}\right)^2\left[\frac{J_1\left(ka\rho/f\right)}{ka\rho/f}\right]^2 \quad (9)$$

Il est aisé de reconnaitre dans cette dernière équation l'expression du disque d'Airy, ou « tache de focalisation », d'une lentille boule éclairée par une onde plane [7, 2]. Cette fonction est très bien décrite dans la littérature [10, 12] et son profil axial s'écrit:

$$I_t(0;z_r)=\left(\frac{\pi\tilde{a}^2}{\lambda f}\right)^2\left(1-\frac{z_r-f}{z_r}\right)^2\left[\frac{\sin\left(k\tilde{a}^2(z_r-f)/(4fz_r)\right)}{\left(k\tilde{a}^2(z_r-f)/(4fz_r)\right)}\right]^2 \quad (10)$$

avec $\tilde{a}=Nf\delta/2(z_r-f)$ le rayon de la pupille limitée aux rayons qui éclairent le capteur (N pixels de δ de côté).

III. VALIDATION NUMERIQUE ET EXPERIMENTALE

Deux résultats découlent des calculs qui précédent. Premièrement, dans le cadre de l'approximation scalaire de Fresnel de la diffraction, le jet photonique reconstruit par HN est une tâche d'Airy. Ses profils d'intensité radiaux et axiaux sont parfaitement décrits (voir les équations (9) et (10)} ainsi que la figure (1)). Deuxièmement et de façon plus surprenante, comme cela avait été numériquement observé par Tian *et al.* [22], pour les particules réfringentes ($m>1$ et $f>0$) le jet photonique est reconstruit devant la particule ($|z_r|<|z_s|$) - comme une image réelle. A contrario, pour les particules réfléchissantes ($m<1$ et $f<0$), il est reconstruit derrière la particule ($|z_r|>|z_s|$) - comme une image virtuelle (sans existence énergétique, comme le montre la théorie de Lorenz-Mie). Ceci fournit une méthode simple pour discriminer les particules réfringentes (p. ex. des gouttes dans un liquide) des particules réfléchissantes (p. ex. des bulles de gaz). De surcroit, l'indice de réfraction relatif de toutes ces particules peut être estimé quantitativement en utilisant l'équation qui lie la focale effective au rayon de la particule, tous deux évalués à partir des hologrammes rétro-propagés.

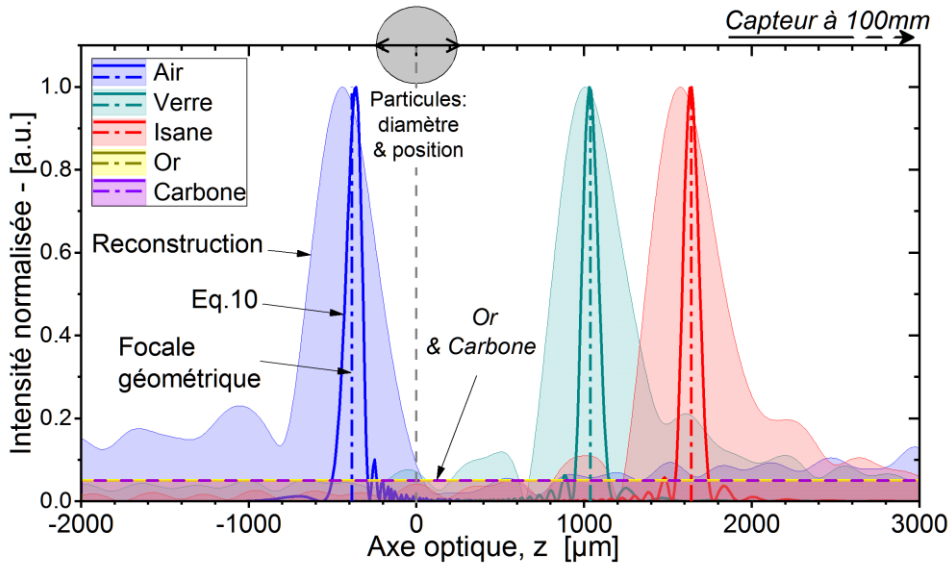


Figure 1: Profils axiaux d'intensité en champ proche pour cinq types de particules (gazeuse, liquide et solide, avec a=250µm). Ils ont été reconstruits à partir d'hologrammes simulés avec la théorie de Lorenz-Mie, considérant un capteur (de 2000×2000 pixels carrés de 5,0µm de côté) placé à z_s=100mm des particules. Les focales et profils d'Airy correspondants sont également tracés.

Pour aller plus loin, la figure (1) compare les profils d'intensité axiaux reconstruits pour trois particules transparentes dans de l'eau: une bulle d'air, une goutte d'huile de silicone et une bille de verre, ainsi que deux particules absorbantes: une bille de carbone et une bille d'or. Ces profils sont issus de la reconstruction d'hologrammes simulés avec la théorie de Lorenz Mie. On constate clairement que, comme attendu, les billes de carbone et d'or ne produisent pas de jet photonique. Cette caractéristique, déjà soulignée par Tian *et al.* [22], fournit un moyen simple pour différencier les particules transparentes des particules fortement absorbantes. Pour les particules transparentes, le profil d'intensité axial du jet photonique est bien asymétrique comme le prédit l'équation (10). Si la position de son maximum d'intensité correspond bien à la focale de la lentille prédite par l'optique paraxiale, l'accord entre le profil prédit par l'équation (10) et le profil reconstruit par HN n'est que qualitatif. Cet écart est principalement imputable à la simplicité de notre modèle de phase pour la particule, *Ep*, qui ne tient pas compte des « aberrations optiques », de l'existence d'interférences entre les rayons, ni même, plus simplement, des coefficients de Fresnel [8, 17]. La figure (2) présente des résultats expérimentaux obtenus avec cette approche et un montage standard (cf. figure (2a) [18]). De façon succincte, ce dernier est composé

d'un laser He-Ne ($\lambda = 0,6328\mu m$, 10mW) dont le faisceau est mis en forme par une lentille de collimation. La caméra S-CMOS (2560×2160 pixels carrés de $6,5\mu m$ de côté, fréquence d'acquisition *50Hz*) est placée dans une configuration de Gabor (à $z_s = 100mm$ du centre d'un réservoir rempli d'eau). A la base de ce réservoir, deux injecteurs génèrent des "trains" de gouttes d'Isane ($m = 1,0826$) et de bulles d'air ($m = 0,7505$) ascendantes. Dans le même temps, un troisième injecteur placé en partie haute du réservoir, lâche des billes de verre ($m = 1,1370$) qui sédimentent rapidement. La figure (2c) montre les résultats obtenus en traitant 100 hologrammes acquis dans cette configuration (chacun contenant entre 1 et 10 particules, voir figure (2b)). On voit clairement que les trois types de particules sont parfaitement discriminés.

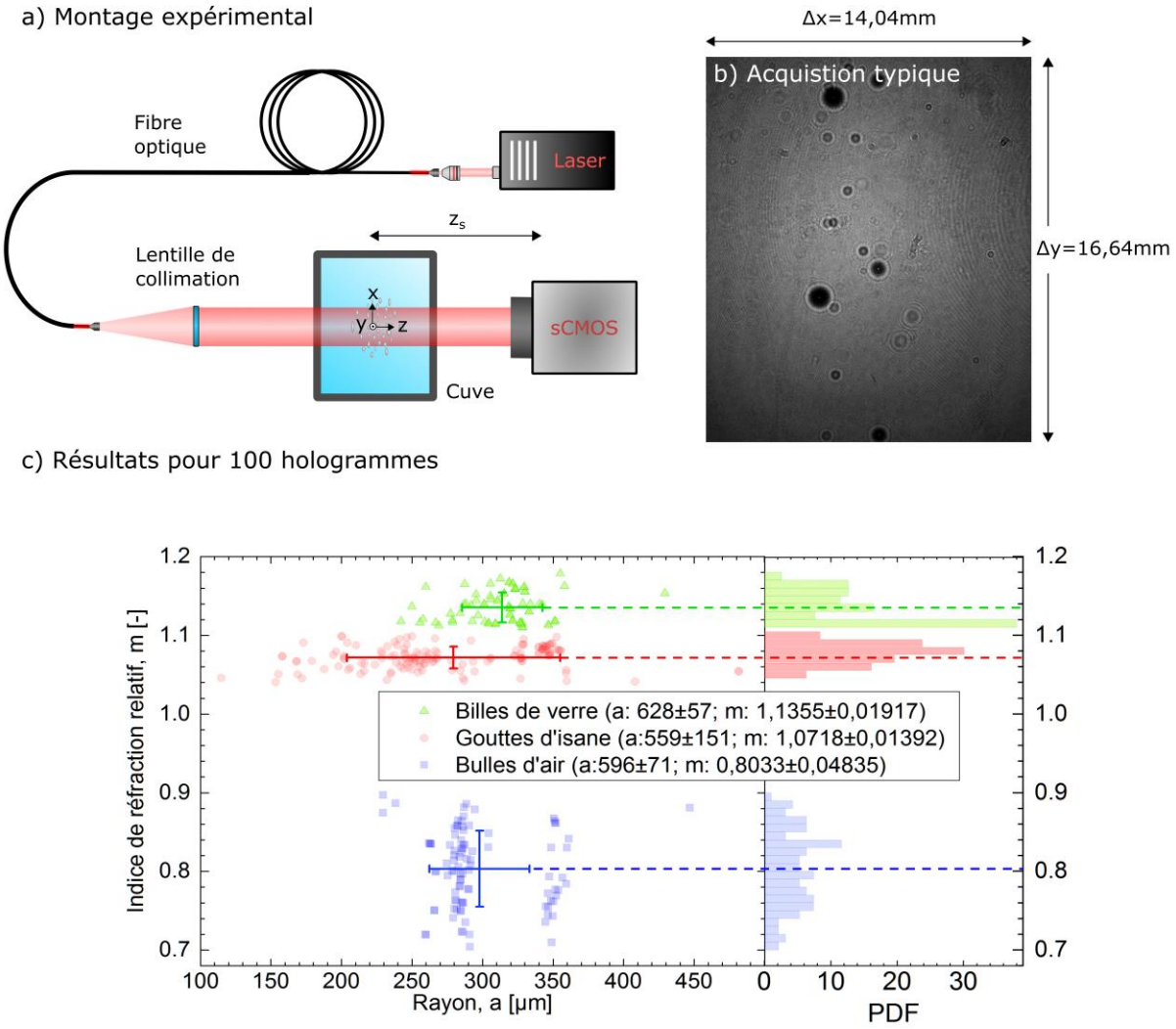


Figure 2: (a) Schéma du dispositif expérimental. (b) Hologramme type enregistré par le capteur. (c) Corrélation entre l'indice de réfraction relatif (composition) et le rayon des bulles d'air, des gouttes d'Isane et des billes de verre - Distributions (PDF) correspondantes pour les indices de réfraction.

CONCLUSIONS

Ces travaux montrent tout l'intérêt de la reconstruction du champ proche lors de la caractérisation de particules transparentes par HN: proposer une évaluation de la composition en plus des caractéristiques classiquement mesurées (vitesse, taille, etc.). A ce stade d'avancement de nos travaux, la résolution sur les mesures de l'indice de réfraction reste encore modeste et perfectible. Nos travaux futurs porteront sur l'amélioration de cette résolution via, notamment, une complexification du modèle décrivant la fonction de phase de la particule.

REMERCIEMENTS

Ce travail a été soutenu par le CEA-DEN, Projet DISN/PAREC et l'Agence Nationale de la Recherche, projet AMO-COPS (ANR-13-BS09-0008-02).

REFERENCES

[1] C. F. Bohren and D. Huffman. Absorption and Scattering of Light by Small Particles. Wiley-Blackwell, 2007.
[2] M. Born and E. Wolf. Principles of optics. Pergamon press, Oxford, England, 1980.
[3] F. C. Cheong, P. Kasimbeg *et al*. Holographic characterization of colloidal particles in turbid media. Appl Phys Lett, 111(15):153702, 2017.
[4] Y.-S. Choi and S.-J. Lee. High-accuracy three-dimensional position measurement of tens of micrometers size transparent microspheres using digital in-line holographic microscopy. Opt Lett, 36(21):4167–4169, Nov 2011.
[5] E. J. Davies, D. Buscombe *et al.* Evaluating unsupervised methods to size and classify suspended particles using digital in-line holography. J Atmos Oceanic Technol, 32(6):1241–1256, 2015.
[6] L. Denis, C. Fournier *et al.* Numerical suppression of the twin image in in-line holography of a volume of micro-objects. Meas Sci Technol, 19(7):074004, 2008.
[7] J. W. Goodman. Introduction to Fourier Optic. Mac. Graw-Hill, New York, 1960.
[8] H. C. Hulst. Light Scattering by Small Particles. Courier Dover Publications, 1957.
[9] D. Kapfenberger, A. Sonn-Segev *et al.* Accurate holographic imaging of colloidal particle pairs by rayleigh-sommerfeld reconstruction. Opt Express, 21(10):12228–12237, May 2013.
[10] G. P. Karman and J. P. Woerdman. How phase and amplitude aberrations destabilize the phase singularities in the focal field of a lens. J Opt Soc Am A, 15(11):2862–2868, Nov 1998.
[11] S. Lecler, Y. Takakura *et al.* Properties of a three-dimensional photonic jet. Opt Lett, 30(19):2641– 2643, Oct 2005.
[12] Y. Li and E. Wolf. Focal shifts in diffracted converging spherical waves. Opt Commun, 39(4):211 – 215, 1981.
[13] J. F. Nye. Natural Focusing and Fine Structure of Light: Caustics and Wave Dislocations. Institute of Physics Publishing, 1999.
[14] L. Onural and P. D. Scott. Digital decoding of in-line holograms. Opt Eng, 26:26 – 26 – 9, 1987.
[15] U. Schnars and W. P. O. Jüptner. Digital recording and numerical reconstruction of holograms. Meas Sci Technol, 13(9):R85, 2002.
[16] M. P. Sentis, L. Bruel *et al.* Digital in-line holography for the characterization of flowing particles in astigmatic optical systems. Opt Lasers Eng, 88:184 – 196, 2017.
[17] M. P. Sentis, F. R. Onofri *et al.* Scattering of light by large bubbles: Coupling of geometrical and physical optics approximations. J Quant Spectrosc Radiat Transfer, 170(Complete):8–18, 2016.
[18] M. P. L. Sentis, F. R. A. Onofri *et al.* Photonic jet reconstruction for particle refractive index measurement by digital in-line holography. Opt Express, 25(2):867–873, Jan 2017.
[19] M. P. L. Sentis, F. R. A. Onofri *et al.* Bubbles, drops, and solid particles recognition from real or virtual photonic jets reconstructed by digital in-line holography. Opt Lett, 43(12):2945–2948, Jun 2018.
[20] J. Sheng, E. Malkiel *et al*. Digital holographic microscope for measuring three-dimensional particle distributions and motions. Appl Opt, 45(16):3893–3901, Jun 2006.
[21] H. Shpaisman, B. J. Krishnatreya *et al.* Holographic microrefractometer. Appl Phys Lett, 101(9):091102, 2012.
[22] L. Tian, H. Gao *et al.* Digital holographic imaging of multi-phase flows. In Imaging and Applied Optics, page CWB5. Optical Society of America, 2011.
[23] L. Tian, N. Loomis *et al*. Quantitative measurement of size and three-dimensional position of fast moving bubbles in air-water mixture flows using digital holography. Appl Opt, 49(9):1549–1554, Mar 2010.
[24] S.-K. Treskatis, V. Orgeldinger *et al*. Morphological characterization of filamentous microorganisms in submerged cultures by on-line digital image analysis and pattern recognition. Biotechnol Bioeng, 53(2):191–201, 1997.
[25] C. Wang, X. Zhong *et al.* Holographic characterization of protein aggregates. J Pharm Sci, 105(3):1074 – 1085, 2016.
[26] Y. Wu, X. Wu *et al*. Characterizations of transparent particle holography in near-field using Debye series. Appl Opt, 55(3):A60–A70, Jan 2016.